



RR-0307

First Year B. Com. Examination
March / April – 2010
Mathematics for Statistics

Time : 3 Hours]

[Total Marks : 70

સૂચના :

(૧)

નીચે દર્શાવેલ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fillup strictly the details of signs on your answer book.

Name of the Examination :
F. Y. B. Com.

Name of the Subject :
Mathematics for Statistics

Subject Code No. : 0 3 0 7 Section No. (1, 2,.....): Nil

Seat No. :

Student's Signature

(૨) સાંખ્યકીય કોષ્ટકો વિનંતી કરવાથી આપવામાં આવશે.

(૩) જમણી બાજુના અંક પ્રશ્નના પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.

૧ નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

૧૦

(૧) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x + 5}{2x^3 - 7}$ ની કિંમત શોધો.

(૨) $\int a^x dx$ ની કિંમત શોધો.

(૩) જો $y = e^{4x}$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

(૪) જો $2P(A) = 3P(B) = 5P(A \cap B) = \frac{1}{2}$ હોય તો $P(A \cup B)$ શોધો.

(૫) જો $f(x) = \frac{1}{\sqrt{50\pi}} e^{-\frac{1}{50}(x-10)^2}$ $-\infty < x < \infty$ હોય તો પ્ર. વિ. મેળવો.

(૬) જો x પોયસન ચલ હોય અને $P(x=2) = P(x=3)$ હોય તો તેના પ્રાયલની કિંમત મેળવો.

(૭) બે સંખ્યાઓનો ગુણોત્તર મધ્યક 9 છે અને તેનો સમાંતર મધ્યક 15 છે. તો તે બે સંખ્યાઓ શોધો.

(૮) બે બિંદુઓની જોડ $A(-3, 4)$ અને $B(5, -6)$ ને જોડતી સુરેખાનો ઢાળ શોધો.

(૯) એક આવૃત્તિ વિતરણ માટે $\sum f = 100$, $\sum fx = -100$, $\sum fx^2 = 5500$ હોય તો બીજી કેન્દ્રીય પ્રઘાત શોધો.

(૧૦) એક સમાંતર શ્રેણી 101, 99, 97, 95, માટે 51 મું પદ શોધો.

૨ (અ) કિંમત શોધો : ૪

(૧) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1}$

(૨) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n (n+1)!}{n! (n+1)^{n+1}}$

(બ) કિંમત શોધો : ૪

(૧) $\int x^2 \log x \, dx$

(૨) $\int \frac{e^x}{e^x + e^{-x}} \, dx$

(ક) $y = x^3 - 9x^2 + 24x + 10$ ની મહત્તમ અને લઘુત્તમ કિંમત મેળવો. ૪

અથવા

૨ (અ) અસ્પષ્ટ વિધેય ઉદાહરણ સહિત સમજાવો. ૩

(બ) કિંમત શોધો : ૪

(૧) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}$

(૨) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\log x + \frac{1-x}{1-\sqrt{x}} \right)$

(ક) (૧) જો $y = \frac{\log x}{x}$ હોય તો $\frac{d^2 y}{dx^2}$ શોધો. ૩

(૨) $\int_2^3 \frac{x+1}{x} \, dx$ ની કિંમત શોધો. ૨

૩ (અ) નીચેના પદો સમજાવો : ૪

- (૧) ઘંટાકારકતા
- (૨) પ્રઘાતસર્જક વિધેય
- (૩) ગાણિતીક અપેક્ષા
- (૪) સંકલન

(બ) બિંદુ 5 થી માપેલ પ્રથમ ચાર પ્રઘાતો અનુક્રમે 2, 20, 40 અને 50 હોય તો વિચરણ અને β_1 શોધો. ૪

(ક) દ્વિપદી વિતરણનું પ્રઘાતસર્જક વિધેય $(q+pe^t)^n$ થાય છે એમ દર્શાવો. ૪

અથવા

૩ (અ) કિંમત શોધો : ૬

(૧) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x}$

(૨) $\int (3x^2 + 4x + 2) dx$

(૩) $\int (x^5 + 5^x) dx$

(બ) નીચે આપેલ માહિતી માટે મધ્યકથી માપેલ પ્રથમ ચાર પ્રઘાતોની કિંમત મેળવો : ૬

વર્ગ	0-10	10-20	20-30	30-40
આવૃત્તિ	1	3	4	2

૪ (અ) 1/3 ઢાળ ધરાવતી અને બિંદુ $A(4, 5)$ માંથી પસાર થતી સુરેખાનું સમીકરણ મેળવો. ૪

(બ) સુરેખાનું સમીકરણ $4x+7y+9=0$ માટે ઢાળ અને y -અક્ષ પરનું છેદનબિંદુ શોધો. ૪

(ક) બિંદુઓ $A(3, 5)$ અને $B(6, 4)$ ને જોડતી સુરેખાનું સમીકરણ મેળવો. ૪

અથવા

૪ (અ) સાબિત કરો કે સમાંતર શ્રેણી $2^3 + 4^3 + 6^3 + 8^3 \dots$ માટે n મા પદનો સરવાળો $2n^2(n+1)^2$ થાય છે. ૪

(બ) બે બિંદુઓ $(5, 2)$ અને $(-3, K)$ વચ્ચેનું અંતર 10 હોય તો K ની કિંમત શોધો. ૪

(ક) એક માણસ દસ વર્ષના 16500 રૂ. બચાવે છે. પહેલા વર્ષ બાદ દરેક વર્ષે રૂ. 100 આગળના વર્ષ કરતાં વધારે બચાવે છે. તો તે માણસે પ્રથમ વર્ષમાં કેટલા રૂપિયાની બચત કરી હશે ? ૪

૫ (અ) સંભાવનાની ગાણિતિક વ્યાખ્યા આપો અને તેની મર્યાદા જણાવો. ૪

(બ) જો $P(A_1) = 2P(A_2) = P(A_1/A_2) = 0.4$ હોય તો નીચેની ઘટનાઓની સંભાવના શોધો. ૪

(૧) A_1 અને A_2 બંને બને (૨) ઓછામાં ઓછી એક બને

- (ક) જો X પોયસન ચલ હોય અને $P(X=2)=9P(X=4)+90P(X=6)$ હોય તો $P(X=0)$ હોય તો શોધો. ૪

અથવા

- ૫ (અ) નીચેના પદો ઉદાહરણ સહિત સમજાવો : ૪
 (૧) પરસ્પર નિવારક ઘટનાઓ
 (૨) નિદર્શ અવકાશ
 (બ) એક પ્રમાણ્ય વિતરણનું સંભાવના વિધેય નીચે પ્રમાણે છે : ૪

$$f(x) = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{50}(x-75)^2}$$

તો નીચેની સંભાવના શોધો.

(૧) $P(68 \leq X \leq 82)$ (૨) $P(X \leq 80)$

- (ક) ભારતની શ્રીલંકા સામે ક્રિકેટ મેચ જીતવાની સંભાવના $\frac{2}{5}$ છે તો ૪
 તેમની વચ્ચે રમાનારી 5 મેચોમાં (૧) ભારત બધી જ મેચોનાં જીતે
 (૨) વધુમાં વધુ એક મેચમાં જીતે તેની સંભાવના શોધો.

- ૬ (અ) દ્વિપદી વિતરણનું સંભાવના વિધેય મેળવો અને તેના ઉપયોગો જણાવો. ૪
 (બ) જો $X \sim N(100, 10)$ હોય અને $P(X > K_1) = 0.05$ અને ૪
 $P(X \leq K_2) = 0.8413$ હોય તો K_1 અને K_2 ની કિંમત શોધો.
 (ક) નીચે આપેલ માહિતી માટે પોયસન વિધેય મેળવો અને અપેક્ષિત આવૃત્તિ શોધો : ૪

ચલ	0	1	2	3	4
આવૃત્તિ	123	59	14	3	1

અથવા

- ૬ (અ) પ્રમાણ્ય વિતરણના ગુણધર્મો જણાવો. ૪
 (બ) આપેલ કોષ્ટક માટે $E(X-1)$ અને $V(X)$ ની કિંમત શોધો : ૪

ચલ (x_i)	0	1	2
સંભાવના $P(x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

- (ક) જો દ્વિપદી વિતરણમાં મધ્યક $\frac{10}{3}$ હોય તો અને $2P(X=2)=P(X=3)$ હોય તો તેના પ્રાયલોની કિંમત શોધો. ૪

ENGLISH VERSION

- Instructions :** (1) As per the Instruction No. 1 of Page no. 1.
(2) Statistical tables and graph papers will be supplied on request.
(3) Figures to the right indicate full marks of the question.

1 Answer the following questions : **10**

- (1) Evaluate : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x + 5}{2x^3 - 7}$.
- (2) Find the value of $\int a^x dx$.
- (3) If $y = e^{4x}$ then find $\frac{dy}{dx}$.
- (4) If $2P(A) = 3P(B) = 5P(A \cap B) = \frac{1}{2}$ then find $P(A \cup B)$.
- (5) If $f(x) = \frac{1}{\sqrt{50\pi}} e^{-\frac{1}{50}(x-10)^2}$ $-\infty < x < \infty$ then find standard deviation.
- (6) If x is a Poisson variate and $P(x=2) = P(x=3)$ then find the value of parameter.
- (7) The geometric mean of two numbers is 9 and their Arithmetic mean is 15 find the both numbers.
- (8) Find the slope of the line joining the following pairs of points $A(-3, 4)$ and $B(5, -6)$.
- (9) For certain frequency distribution $\sum f = 100$, $\sum fx = -100$, $\sum fx^2 = 5500$ then find second central moment.
- (10) The Arithmetic series 101, 99, 97, 95, Find 51st term of the series.

2 (a) Evaluate : **4**

(1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1}$ (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n (n+1)!}{n! (n+1)^{n+1}}$

- (b) Evaluate : 4
- (1) $\int x^2 \log x \, dx$
- (2) $\int \frac{e^x}{e^x + e^{-x}} \, dx$
- (c) Find maximum and minimum values of the function 4
 $y = x^3 - 9x^2 + 24x + 10$.

OR

- 2 (a) Define implicit function with illustration. 3
- (b) Evaluate : 4

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}$

(2) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\log x + \frac{1-x}{1-\sqrt{x}} \right)$

- (c) (1) If $y = \frac{\log x}{x}$ then find $\frac{d^2 y}{dx^2}$. 3

(2) $\int_2^3 \frac{x+1}{x} \, dx$. 2

- 3 (a) Explain the following terms : 4
- (1) Kurtosis
- (2) Moment generating function
- (3) Mathematical expectation
- (4) Integration
- (b) The first four moments of a distribution about the value 5 are 2, 20, 40 and 50 then find variance and β_1 . 4
- (c) Show that moment generating function of a binomial distribution is $(q + pe^t)^n$. 4

OR

- 3 (a) Evaluate : 6

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x}$ (2) $\int (3x^2 + 4x + 2) \, dx$

(3) $\int (x^5 + 5^x) \, dx$

- (b) Find the first four moments about the mean from the following data : 6

Class	0-10	10-20	20-30	30-40
Frequency	1	3	4	2

- 4 (a) Find the equation of a line having slope $1/3$ and passing through $(4, 5)$. 4
- (b) The equation of a line is $4x+7y+9=0$. Find its slope and intercept on y -axis. 4
- (c) Find the equation of line joining points $A(3, 5)$ and $B(6, 4)$. 4

OR

- 4 (a) Prove that the sum of arithmetic series $2^3 + 4^3 + 6^3 + 8^3 \dots$ to n terms is $2n^2(n+1)^2$. 4
- (b) The distance between two points $(5, 2)$ and $(-3, K)$ is 10, then find the value of K . 4
- (c) A man saved Rs. 16,500 in ten years in each year after the first he saved Rs. 100 more than he did in the preceding year. How much did he save in the first year ? 4
- 5 (a) Explain the mathematical definition of probability and state its limitations. 4
- (b) If $P(A_1) = 2P(A_2) = P(A_1/A_2) = 0.4$ then find the following probabilities : 4
- (1) Both A_1 and A_2 happen
- (2) Atleast one happens.
- (c) If X is a Poisson variate such that $P(X = 2) = 9P(X = 4) = 90P(X = 6)$ then find $P(X = 0)$. 4

OR

- 5 (a) Explain the following terms with illustration : 4
- (1) Mutually exclusive events
- (2) sample space
- (b) The probability density function of a normal distribution is given below : 4

$$f(x) = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{50}(x-75)^2} \quad \text{then find the probabilities}$$

- (1) $P(68 \leq X \leq 82)$ (2) $P(X \leq 80)$

- (c) The probability of winning a cricket match of India against Shrilanka is $\frac{2}{5}$; find the probability that
 (i) India win all matches (ii) India win at the most one match.

- 6 (a) Obtain the probability mass function of binomial distribution and state its uses. 4
- (b) If $X \sim N(100, 10)$ and $P(X > K_1) = 0.05$ and $P(X \leq K_2) = 0.8413$ then find the value of K_1 and K_2 . 4
- (c) Fit a Poisson distribution to the following given data and find expected frequencies : 4

Variate	0	1	2	3	4
Frequency	123	59	14	3	1

OR

- 6 (a) State the properties of Normal distribution. 4
- (b) Find $E(X-1)$ and $V(X)$ for the following table : 4

Variate (x_i)	0	1	2
Probability $P(x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

- (c) For binomial distribution mean is $\frac{10}{3}$ and $2P(X=2) = P(X=3)$ then find the values of the parameters. 4